Technologie et principes de fonctionnement

des échangeurs de chaleur.

www.expairlab.com

EXP'AIR LAB

P.JACOBS

INTRODUCTION

Dans une multitude de procédés industriels, comme dans notre environnement quotidien direct, nous sommes amenés à rencontrer des échangeurs thermiques (radiateurs de refroidissement des véhicules à combustion, évaporateurs et condenseurs de réfrigérateurs ménagers, …). Ces organes ont pour rôle de transférer de la chaleur entre deux fluides. Selon qu'il y ait ou non la présence d'une paroi séparant ces deux milieux, on distingue les échangeurs :

- A fluides séparés (eau et air dans le cas d'un radiateur de chauffage central par exemple),
- A contact direct (tour de refroidissement par exemple, où a lieu un échange entre l'eau chaude issue d'une centrale thermique et le flux d'air ascendant).

Figure 1 : Exemples d'échangeurs à fluide séparé (cas du radiateur à gauche) et à contact direct (tour de refroidissement d'une centrale nucléaire à droite).

Seuls les échangeurs de la première catégorie seront abordés ici et au travers de deux grandes parties. Dans un premier temps nous verrons, dans le cas des configurations les plus simples, quels sont les principes de fonctionnement et les lois caractéristiques de comportement de ces appareils. Nous verrons dans un second temps, au travers d'une présentation non exhaustive des modèles et des configurations géométriques d'échangeurs que l'on peut rencontrer, comment étendre et appliquer les méthodes mises en œuvre dans la première partie afin d'en évaluer les performances.

COEFFICIENT D'ECHANGE GLOBAL.

Le transfert thermique qui a lieu au sein d'un échangeur fait intervenir le mode conductif au travers de la paroi séparant les deux fluides et le mode convectif dans chacun de ces derniers. Généralement, le rayonnement intervient peu et sera, de toute façon, négligé dans ce qui suit.

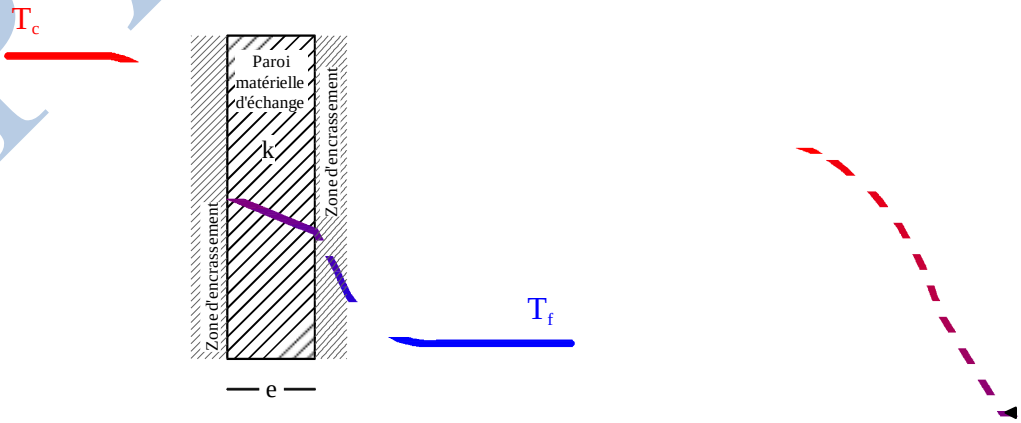


Figure 2 : Représentation schématique du transfert thermique au travers des différents milieux composant un échangeur de chaleur

La représentation du transfert thermique dans le cas d'une paroi plane séparant deux fluides est effectuée dans la figure 2. Le fluide chaud à T_c subit une première diminution de température due à la convection avec la paroi par le biais d'un coefficient h_c. Vient ensuite une inévitable zone d'encrassement due, soit à l'accumulation de particules apportées par le fluide en circulation, soit par dépôt de tartre ou bien de micro-organismes d'origine biologique, soit encore par apparition de corrosion sur la surface d'échange. Ce phénomène se caractérise alors par une résistance thermique supplémentaire (par unité de surface) due à cet encrassement et que l'on notera ici re_c. La température diminue ensuite par conduction (conductivité k) au travers de la paroi d'échange d'épaisseur e. Au-delà et en direction

EXPAIR LAB

du fluide froid à T_f, on retrouve à nouveau une résistance thermique d'encrassement notée re_f et un transfert convectif caractérisé par h_f. L'expression du flux qui est transféré entre les deux fluides est alors de la forme :

$$\Phi = \frac{T_c - T_f}{\frac{1}{h_c S} + \frac{re_c}{S} + \frac{e}{kS} + \frac{re_f}{S} + \frac{1}{h_f S}} \quad [1]$$

La représentation analogique équivalente est faite dans la figure 3 où sont insérées en série les 5 résistances thermiques.

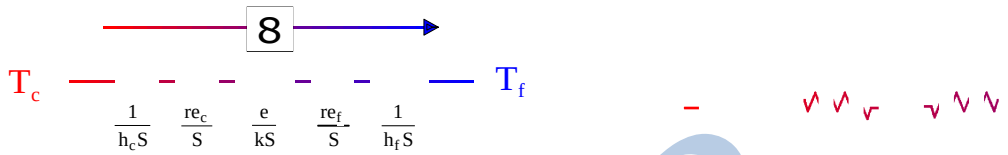


Figure 3 : Représentation analogique du transfert de chaleur au travers des différentes résistances thermiques.

Ce flux, s'écrit par ailleurs selon :

$$\Phi = US(T_c - T_f) \quad [2]$$

Par identification, on extrait des deux équations précédentes 1 et 2 l'expression de U, appelé coefficient d'échange global. Par commodité, il est souvent donné sous sa forme inverse par :

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_c} + re_c + \frac{e}{k} + re_f + \frac{1}{h_f} \quad [3]$$

Quelques ordres de grandeurs de résistances d'encrassement sont données à titre d'exemple dans le tableau 1 [1, 2, 3].

Tableau 1 : Valeurs usuelles de résistances d'encrassement.

Fluides et conditions	Résistance d'encrassement ($m^2.K.W^{-1}$)
Eau de mer (T<50°C)	$1x10^{-4}$
Eau de mer (T>50°C)	$2x10^{-4}$
Eau de ville (T<50°C)	$2x10^{-4}$
Eau de ville (T>50°C)	$3.5x10^{-4}$
Eau d'alimentation traitée pour chaudière	$1x10^{-4}$
Eau de refroidissement moteur	1 à $2x10^{-4}$
Air industriel	$4x10^{-4}$
Liquides réfrigérants	$2x10^{-4}$
Fluides hydrauliques	$2x10^{-4}$
Huiles de lubrification de moteurs	$2x10^{-4}$
Fumées de combustibles gazeux (propre)	2 à $5x10^{-4}$
Fumées de combustibles lourds (fortement encrassant)	5 à $40x10^{-4}$

Concernant la détermination des coefficients d'échanges convectifs locaux (h_c et h_f), on se reportera aux ouvrages traitant du sujet [1, 4]. L'annexe 1 présente toutefois quelques-unes des corrélations les plus utilisées dans le domaine des échangeurs thermiques et le tableau 2 rappelle les ordres de grandeurs que l'on peut néanmoins retenir pour ces coefficients [5].

Tableau 2 : Ordres de grandeur des valeurs de coefficient d'échange convectif h de différents fluides [5].

Fluides et conditions	Coefficient d'échange convectif h ($W.m^{-2}.K^{-1}$)
Gaz en convection forcée	30 < h < 300
Gaz en convection naturelle	10 < h < 30
Eau en convection forcée	300 < h < 10000
Eau en convection naturelle	100 < h < 900
Condensation	50000 < h < 110000
Ébullition	3000 < h < 50000

Concernant la part conductive au travers de la paroi, le tableau 3 donne les conductivités thermiques des principaux matériaux utilisés, ainsi que leurs rapports avec l'ordre de grandeur des épaisseurs de métal généralement rencontrées dans les échangeurs. On notera à ce propos la très relative influence que peut avoir la résistance thermique à la conduction dans le cas des échangeurs (faibles épaisseurs), en comparaison à celle d'origine convective, exception faite lorsqu'il y a changement de phase.

EXPAIR LAB

Tableau 3 : Valeurs de conductivité des principaux matériaux utilisés dans les échangeurs et valeurs de conductances généralement rencontrées.

Matériau	Conductivité thermique k ($W.m^{-1}.K^{-1}$)	Conductance k/e ($W.m^{-2}.K^{-1}$)		
		Epaisseurs		
		0.5 mm	1 mm	2 mm
Acier	40-50	80000	40000	20000
Acier Inox	15-20	40000	20000	10000
Aluminium	200	400000	200000	100000
Cuivre	380	760000	380000	190000

Dans l'expression $\Phi = US(T_c - T_f)$, le coefficient d'échange global U est rapporté à la surface d'échange S. Dans le cas de la plaque plane, cette surface est identique de chaque coté de la paroi. Or, si tel n'est le cas, comme par exemple lorsque cette paroi est cylindrique, U doit être rapporté à l'une des deux surfaces. Ainsi, si on suppose un écoulement de deux fluides (chaud au centre et froid dans l'espace annulaire) conformément au schéma de la figure 4, le flux échangé entre les deux fluides prend alors la forme :

$$\Phi = \frac{T_c - T_f}{\frac{1}{h_c S_c} + \frac{re_c}{S_c} + \frac{1}{2\pi kL}\ln\frac{D_f}{D_c} + \frac{re_f}{S_f} + \frac{1}{h_f S_f}} \qquad [4]$$

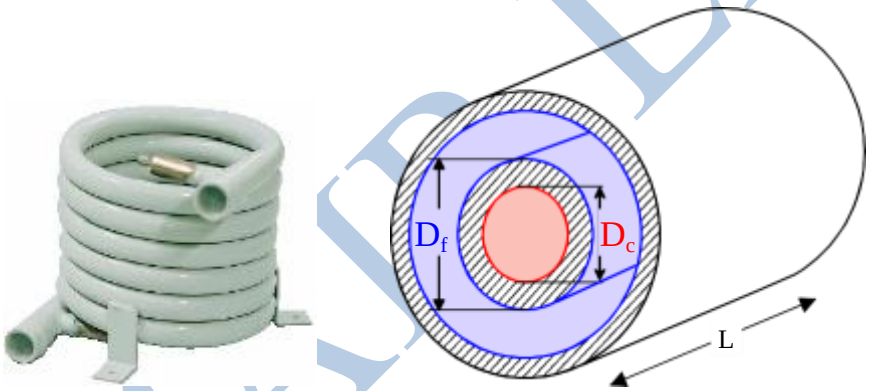


Figure 4 : Echangeur à tube coaxial.

Selon le choix de l'une ou l'autre des surfaces choisies comme référence, le flux s'écrit alors :

$$\Phi = U_c S_c (T_c - T_f) = \frac{S_c (T_c - T_f)}{\frac{1}{h_c} + re_c + \frac{D_c}{2k}\ln\frac{D_f}{D_c} + re_f\frac{D_c}{D_f} + \frac{1}{h_f}\frac{D_c}{D_f}}, \text{ avec } S_c = \pi D_c L \qquad [5a]$$

ou bien

$$\Phi = U_f S_f (T_c - T_f) = \frac{S_f (T_c - T_f)}{\frac{D_f}{h_c D_c} + re_c\frac{D_f}{D_c} + \frac{D_f}{2k}\ln\frac{D_f}{D_c} + re_f + \frac{1}{h_f}}, \text{ avec } S_f = \pi D_f L \qquad [5b]$$

Quel que soit ce choix, U_c et U_f satisfont de toute façon à $U_c S_c = U_f S_f$ et le flux de chaleur est indifféremment donné par :

$$\Phi = U_c S_c (T_c - T_f) \quad U_f S_f (T_c T_f)$$

CALCUL DES PERFORMANCES D'UN ECHANGEUR

Nous allons poser dans ce qui suit, certaines hypothèses :

- Le régime est permanent : tous les paramètres, toutes les variables sont constantes dans le temps $\frac{\partial}{\partial t} = 0$,

EXPERLAB

- L'échangeur est adiabatique : il n'échange pas de chaleur avec l'extérieur
- Les propriétés thermo-physiques des fluides restent constantes dans les intervalles de températures envisagées,
- Les températures ne varient que dans la seule direction de l'écoulement, le problème est mono dimensionnel,
- Il n'y a pas de pertes de charge (de pression) au cours de l'écoulement.

Echangeurs co-courant.

Dans ce type d'échangeur, que l'on dénomme aussi à courants parallèles, les deux fluides circulent dans le même sens, comme schématisé dans la figure 5.

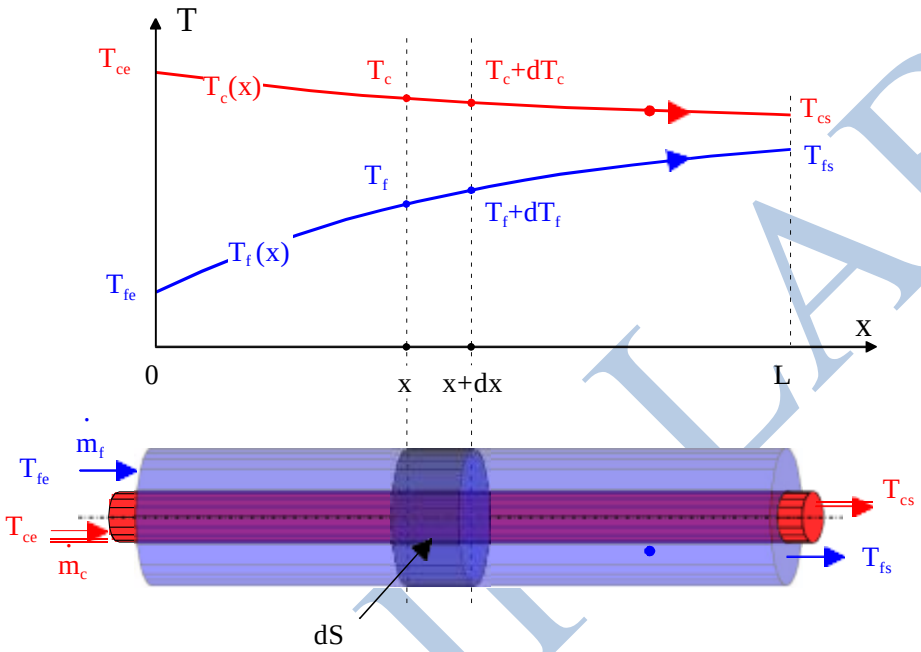


Figure 5 : Evolution des températures du fluide chaud et du fluide froid le long d'un échangeur co-courant.

Sont supposés connus,

- Les débits des fluides chaud et froid $\dot{m}_c$ et $\dot{m}_f$,
- Les températures d'entrée des fluides chaud et froid T_{ce} et T_{fe},
- Le coefficient d'échange global U défini précédemment (soit d'après l'exploitation de documents de constructeurs d'échangeurs, soit d'après la connaissance de chacune des contributions locales : convection, encrassement, conduction, encrassement, convection, cf eq 3).

L'objectif est alors de déterminer les performances de l'échangeur, c'est à dire de calculer :

- les températures de sortie des fluides chaud et froid T_{cs} et T_{fs},
- le flux de chaleur échangé δ,
- l'éventuelle répartition spatiale des températures de fluides chaud $T_c(x)$, et froid $T_f(x)$ le long de l'échangeur.

Compte tenu des hypothèses énoncées plus haut, l'application du premier principe de la thermodynamique à la tranche de fluide chaud d'épaisseur dx échangeant la quantité de chaleur élémentaire $d\delta_c$ conduit à :

$$\frac{d\ell_c}{dt} = 0 = d\delta_c + \dot{m}_c\left[\bar{h}_c - \left(\bar{h}_c + d\bar{h}_c\right)\right]$$

où $\bar{h}_c$ représente l'enthalpie spécifique (massique) du fluide chaud et $\frac{d\ell_c}{dt}$ la variation de son énergie interne au cours du temps.

Si cette enthalpie varie avec la température selon $d\bar{h}_c = Cp_c dT_c$, où Cp_c représente la capacité calorifique à pression constante du fluide chaud et si on considère que le régime est établi, alors l'expression du premier principe devient :

$0 = d\delta_c + \dot{m}_c Cp_c\left[T_c - \left(T_c + dT_c\right)\right]$, soit encore :

$d\delta_c = \dot{m}_c Cp_c dT_c$

EXPLAIR LAB

Le même raisonnement, assortit des mêmes hypothèses concernant le fluide froid, conduit alors à :

$$d\Phi_f = \dot{m}_f Cp_f dT_f$$

Or, les deux quantités $d\Phi_c$ et $d\Phi_f$ sont égales et de signes opposés, si bien que l'on peut convenir de la définition de $d\Phi = d\Phi_c = -\Phi_f >$

Compte tenu de l'expression du flux élémentaire que l'on dérive de l'équation 2, le système d'équations à résoudre devient :

$$\begin{cases} d\Phi = -\dot{m}_c Cp_c dT_c \\ d\Phi = m\,Cp\,dT \\ d\Phi = U dS (T_c - T_f) \end{cases} \quad [6]$$

On tire tout d'abord, des équations 6a et 6b : $dT_c = -\dfrac{d\Phi}{\dot{m}_c Cp_c}$ et $dT_f = \dfrac{d\Phi}{\dot{m}_f Cp_f}$, que l'on combine ensuite pour aboutir à : $dT_c - dT_f = d(T_c - T_f) = -d\Phi\left(\dfrac{1}{\dot{m}_c Cp_c} + \dfrac{1}{\dot{m}_f Cp_f}\right)$

La substitution de cette expression dans l'équation 6c permet alors d'obtenir l'équation différentielle décrivant le comportement de l'écart de température T_c-T_f avec la surface S :

$d(T_c - T_f) = -U dS (T_c - T_f)\left(\dfrac{1}{\dot{m}_c Cp_c} + \dfrac{1}{\dot{m}_f Cp_f}\right)$, soit encore, sous une forme plus habituelle :

$$\frac{d(T_c - T_f)}{(T_c - T_f)} = -U\left(\frac{1}{\dot{m}_c Cp_c} + \frac{1}{\dot{m}_f Cp_f}\right) dS \quad [7]$$

Si on suppose que le coefficient d'échange global U et les deux capacités calorifiques Cp_c et Cp_f demeurent constantes le long de l'échangeur, on peut intégrer l'équation suivante de 0 à x pour obtenir :

$$\int_{x=0}^{x} \frac{d(T_c - T_f)}{(T_c - T_f)} = \ln\frac{T_c(x) - T_f(x)}{T_{ce} - T_{fe}} = -U\left(\frac{1}{\dot{m}_c Cp_c} + \frac{1}{\dot{m}_f Cp_f}\right) S(x), \quad [8]$$

soit encore :

$$\frac{T_c(x) - T_f(x)}{T_{ce} - T_{fe}} = e^{-U\left(\frac{1}{\dot{m}_c Cp_c} + \frac{1}{\dot{m}_f Cp_f}\right) S(x)} \quad [9]$$

Cette équation montre que l'écart de température entre les deux fluides est une évolution exponentielle décroissante de l'aire d'échange S(x). Cet écart tend d'ailleurs vers 0 lorsque $S \to \infty$, propriété à priori évidente.

L'équation 8 étant valable quel que soit x, elle l'est donc pour la valeur particulière x=L et pour laquelle $T_c(L)=T_{cs}$, $T_f(L)=T_{fs}$, S(L)=S (surface totale), $\Phi = -\dot{m}_c Cp_c (T_{cs} - T_{ce})$ et $\Phi = \dot{m}_f Cp_f (T_{fs} - T_{fe})$. On obtient alors l'expression :

$$\ln\frac{T_{cs} - T_{fs}}{T_{ce} - T_{fe}} = -US\left(\frac{1}{\dot{m}_c Cp_c} + \frac{1}{\dot{m}_f Cp_f}\right) = -\frac{US}{\Phi}\left[(T_{ce} - T_{cs}) + (T_{fs} - T_{fe})\right] = \frac{US}{\Phi}\left[(T_{cs} - T_{fs}) - (T_{ce} - T_{fe})\right]$$ que l'on écrit plus commodément :

$$\Phi = US\,\frac{(T_{cs} - T_{fs}) - (T_{ce} - T_{fe})}{\ln\frac{T_{cs} - T_{fs}}{T_{ce} - T_{fe}}} = US.\Theta TLM \quad [10]$$

où ΘTLM représente la Différence de Température Logarithmique Moyenne (DTLM) entre les deux fluides. Ainsi, le calcul du flux de chaleur dépend du produit US que nous avons introduit en première partie et de cet écart de température.

Si cette expression s'avère simple à utiliser, elle n'en reste pas moins dépendante des températures de sortie qui sont, dans une majorité de cas pratiques, à priori inconnues. Lever cette indétermination suppose la résolution du système :

EXPAIR LAB

$$\begin{cases} \mathcal{P} = US \dfrac{(T_{cs} - T_{fs}) - (T_{ce} - T_{fe})}{\ln \dfrac{T_{cs} - T_{fs}}{T_{ce} - T_{fe}}} \\ \mathcal{P} = -\dot{m}_c Cp_c (T_{cs} - T_{ce}) \\ \mathcal{P} = \dot{m}_f Cp_f (T_{fs} - T_{fe}) \end{cases} \quad [11]$$

La première étape consiste à exprimer le flux de chaleur indépendamment des températures de sortie. La transformation du système 11 donne :

$$\begin{cases} \mathcal{P} = US \dfrac{(T_{cs} - T_{ce}) - (T_{fs} - T_{fe})}{\ln \dfrac{T_{cs} - T_{fs}}{T_{ce} - T_{fe}}} \\ T_{cs} = T_{ce} - \dfrac{\mathcal{P}}{\dot{m}_c Cp_c} \\ T_{fs} = T_{fe} + \dfrac{\mathcal{P}}{\dot{m}_f Cp_f} \end{cases} \quad [12]$$

12a devient alors : $\mathcal{P} = -US \dfrac{\mathcal{P}\left[\dfrac{1}{\dot{m}_c Cp_c} + \dfrac{1}{\dot{m}_f Cp_f}\right]}{\ln \dfrac{T_{ce} - T_{fe} - \mathcal{P}\left[\dfrac{1}{\dot{m}_c Cp_c} + \dfrac{1}{\dot{m}_f Cp_f}\right]}{T_{ce} - T_{fe}}}$

soit encore : $\ln\left[1 - \dfrac{\mathcal{P}}{T_{ce} - T_{fe}}\left(\dfrac{1}{\dot{m}_c Cp_c} + \dfrac{1}{\dot{m}_f Cp_f}\right)\right] = -US\left(\dfrac{1}{\dot{m}_c Cp_c} + \dfrac{1}{\dot{m}_f Cp_f}\right)$

L'expression du flux de chaleur est alors donné par :

$$\mathcal{P} = \frac{T_{ce} - T_{fe}}{\dfrac{1}{\dot{m}_c Cp_c} + \dfrac{1}{\dot{m}_f Cp_f}}\left(1 - e^{-US\left(\frac{1}{\dot{m}_c Cp_c} + \frac{1}{\dot{m}_f Cp_f}\right)}\right)$$

soit encore :

$$\mathcal{P} = \frac{\dot{m}_c Cp_c \dot{m}_f Cp_f (T_{ce} - T_{fe})}{\dot{m}_c Cp_c + \dot{m}_f Cp_f}\left(1 - e^{-US\left(\frac{1}{\dot{m}_c Cp_c} + \frac{1}{\dot{m}_f Cp_f}\right)}\right) \quad [13]$$

La combinaison de cette dernière expression avec celles de 12b et 12c permettent alors de donner les expressions finales des températures de sortie :

$$\begin{cases} \dfrac{T_{cs} - T_{ce}}{T_{ce} - T_{fe}} = -\dfrac{\dot{m}_f Cp_f}{\dot{m}_c Cp_c + \dot{m}_f Cp_f}\left[1 - e^{-U\left(\frac{1}{\dot{m}_c Cp_c} + \frac{1}{\dot{m}_f Cp_f}\right)S(x)}\right] \\ \dfrac{T_{fs} - T_{fe}}{T_{ce} - T_{fe}} = \dfrac{\dot{m}_c Cp_c}{\dot{m}_c Cp_c + \dot{m}_f Cp_f}\left[1 - e^{-U\left(\frac{1}{\dot{m}_c Cp_c} + \frac{1}{\dot{m}_f Cp_f}\right)S(x)}\right] \end{cases} \quad [14]$$

Ce résultat aurait très bien pu être aussi obtenu à partir de la combinaison de 6a et de 6c qui nous donne :

$\dfrac{dT_c}{} = -\dfrac{(T_c \quad - T_f)}{}$

EXP'AIR LAB

$UdS\,\dot{m}_c Cp_c$. La multiplication de cette expression membre à membre avec l'équation 9 donne alors :

EXP'AIR LAB

$$\frac{dT_c}{T_{ce}-T_{fe}} = -\frac{U}{\dot{m}_c Cp_c} e^{-U\left(\frac{1}{\dot{m}_c Cp_c}+\frac{1}{\dot{m}_f Cp_f}\right)S(x)} dS$$ qui après intégration entre x=0 et x conduit à :

$$\frac{T_c(x)-T_{ce}}{T_{ce}-T_{fe}} = \frac{1}{\dot{m}_c Cp_c}\frac{1}{\left(\frac{1}{\dot{m}_c Cp_c}+\frac{1}{\dot{m}_f Cp_f}\right)}\left[e^{-U\left(\frac{1}{\dot{m}_c Cp_c}+\frac{1}{\dot{m}_f Cp_f}\right)S(x)}-1\right]$$, forme strictement égale à celle de 14a. On obtiendrait de la même manière l'expression de $T_f(x)$.

Dans le cas où cet échangeur à courant parallèle serait infiniment long, les températures de sortie se rejoignent alors en une seule et unique valeur dont l'expression est donnée par $T_{\infty} = \frac{\dot{m}_c Cp_c T_{ce} + \dot{m}_f Cp_f T_{fe}}{\dot{m}_c Cp_c + \dot{m}_f Cp_f}$. Cette valeur limite correspond en fait à la température issue du mélange des deux fluides pris dans les mêmes conditions d'écoulement et aux mêmes températures d'entrée.

Echangeurs Contre-courant

Dans ce type d'échangeur, les deux fluides circulent dans le sens contraire, l'entrée de l'un des fluides étant à l'opposé de l'autre. On attribue par exemple l'abscisse x=0 à l'entrée du fluide chaud et x=L à celle du fluide froid. Les évolutions des températures chaude et froide peuvent être représentées schématiquement comme dans la figure 6.

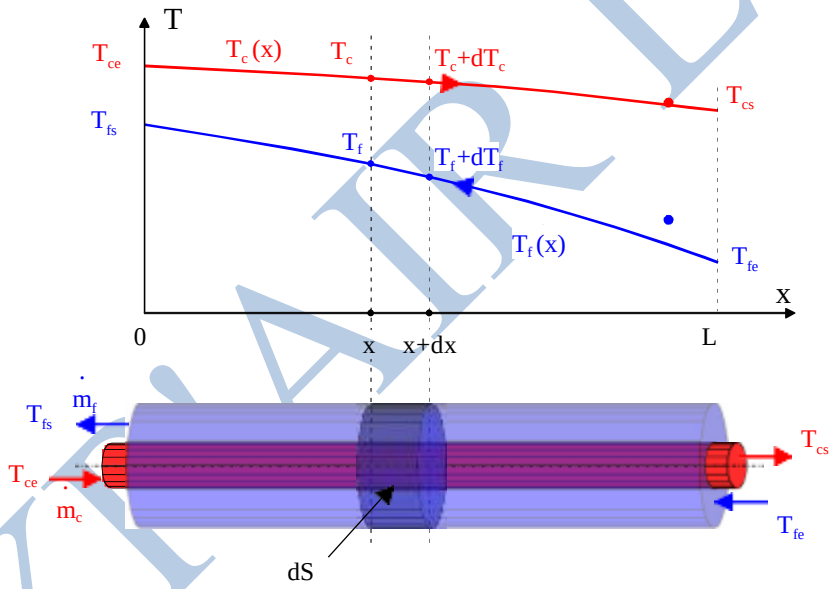


Figure 6 : Evolution des températures du fluide chaud et du fluide froid le long d'un échangeur contre-courant.

En conservant les mêmes hypothèses que lors de l'étude de l'échangeur co-courant et en notant cette fois ci que $dT_f < 0$ (compte tenu du sens de l'écoulement opposé à celui de l'axe des x) on peut écrire :

$$\begin{cases} d\Phi = -\dot{m}_c Cp_c dT_c \\ d\Phi = -\dot{m}_f Cp_f dT_f \\ d\Phi = U dS (T_c - T_f) \end{cases} \quad [15]$$

Une démarche similaire à celle adoptée dans le cas du co-courant conduit alors à $\frac{d(T_c-T_f)}{(T_c-T_f)} = -U\left(\frac{1}{\dot{m}_c Cp_c}-\frac{1}{\dot{m}_f Cp_f}\right) dS$, qui après intégration entre les bornes x=0 et x=x, devient :

$$\frac{T_c(x)-T_f(x)}{T_{ce}-T_{fs}} = e^{-US\left(\frac{1}{\dot{m}_c Cp_c}-\frac{1}{\dot{m}_f Cp_f}\right)} \quad [16]$$

Lorsque x=L on a $T_c(L)=T_{cs}$, $T_f(L)=T_{fs}$, S(L)=S (surface totale), $\Phi = -\dot{m}_c Cp_c (T_{cs}-T_{ce})$ et $\Phi = \dot{m}_f Cp_f (T_{fs}-T_{fe})$. L'expression précédente devient alors :

EXPAIR LAB

$$\ln\frac{T_{cs}-T_{fe}}{T_{ce}-T_{fs}} = -US\left(\frac{1}{\dot{m}_c Cp_c} - \frac{1}{\dot{m}_f Cp_f}\right) = -\frac{US}{\mathcal{P}}\left[(T_{ce}-T_{cs})-(T_{fs}-T_{fe})\right] = \frac{US}{\mathcal{P}}\left[(T_{cs}-T_{fe})-(T_{ce}-T_{fs})\right]$$ que l'on écrit plus commodément :

$$\mathcal{P} = US\frac{(T_{cs}-T_{fe})-(T_{ce}-T_{fs})}{\ln\frac{T_{cs}-T_{fe}}{T_{ce}-T_{fs}}} = US.OTLM \qquad [17]$$

La détermination des lois d'évolution des deux températures le long de l'échangeur $T_c(x)$ et $T_f(x)$ est issue de la combinaison de 15a et 15c qui donne $\frac{dT_c}{(T_c-T_f)} = -\frac{UdS}{\dot{m}_c Cp_c}$. Cette dernière expression multipliée membre à membre avec 16 conduit à $\frac{dT_c}{T_{ce}-T_{fe}} = -\frac{U}{\dot{m}_c Cp_c} e^{-U\left(\frac{1}{\dot{m}_c Cp_c}-\frac{1}{\dot{m}_f Cp_f}\right)S(x)} dS$, qui après intégration entre x=0 et x et réarrangement conduit à :

$$\frac{T_c(x)-T_{ce}}{T_{ce}-T_{fs}} = -\frac{\dot{m}_f Cp_f}{\dot{m}_f Cp_f - \dot{m}_c Cp_c}\left[1-e^{-U\left(\frac{1}{\dot{m}_c Cp_c}-\frac{1}{\dot{m}_f Cp_f}\right)S(x)}\right] \qquad [18a]$$

On obtiendrait de la même manière pour $T_f(x)$

$$\frac{T_f(x)-T_{fs}}{T_{ce}-T_{fs}} = -\frac{\dot{m}_c Cp_c}{\dot{m}_f Cp_f - \dot{m}_c Cp_c}\left[1-e^{-U\left(\frac{1}{\dot{m}_c Cp_c}-\frac{1}{\dot{m}_f Cp_f}\right)S(x)}\right] \qquad [18b]$$

Ces deux expressions donnent donc les lois d'évolution de $T_c(x)$ et $T_f(x)$, c'est à dire le long de l'échangeur. Toutefois, elles restent encore dépendantes de la température T_{fs} à priori inconnue. Lever cette indétermination passe, comme nous l'avons effectué dans le cas du co-courant, par la résolution du système d'équations :

$$\begin{cases} \mathcal{P} = US\dfrac{(T_{cs}-T_{fe})-(T_{ce}-T_{fs})}{\ln\frac{T_{cs}-T_{fe}}{T_{ce}-T_{fs}}} \\ \mathcal{P} = -\dot{m}_c Cp_c(T_{cs}-T_{ce}) \\ \mathcal{P} = \dot{m}_f Cp_f(T_{fs}-T_{fe}) \end{cases} \qquad [19]$$

Ces expressions sont tout d'abord transformées en :

$$\begin{cases} \mathcal{P} = US\dfrac{(T_{cs}-T_{ce})-(T_{fe}-T_{fs})}{\ln\frac{T_{cs}-T_{fe}}{T_{ce}-T_{fs}}} \\ T_{cs} = T_{ce} - \dfrac{\mathcal{P}}{\dot{m}_c Cp_c} \\ T_{fs} = T_{fe} + \dfrac{\mathcal{P}}{\dot{m}_f Cp_f} \end{cases} \qquad [20]$$

L'équation 19a devient alors

$$\mathcal{P} = US\frac{-\frac{\mathcal{P}}{\dot{m}_c Cp_c}+\frac{\mathcal{P}}{\dot{m}_f Cp_f}}{\ln\frac{T_{ce}-\frac{\mathcal{P}}{\dot{m}_c Cp_c}-T_{fe}}{\mathcal{P}}}$$, soit encore

EXPAIR LAB

$$T_{ce} - T_{fe} - \frac{}{\dot{m}_f C p_f}$$

EXP'AIR LAB

$$\ln\frac{T_{ce}-\frac{\Phi}{\dot{m}_c Cp_c}-T_{fe}}{T_{ce}-T_{fe}-\frac{\Phi}{\dot{m}_f Cp_f}}=-US\left(\frac{1}{\dot{m}_c Cp_c}-\frac{1}{\dot{m}_f Cp_f}\right)$$

L'expression du flux de chaleur est alors donné par :

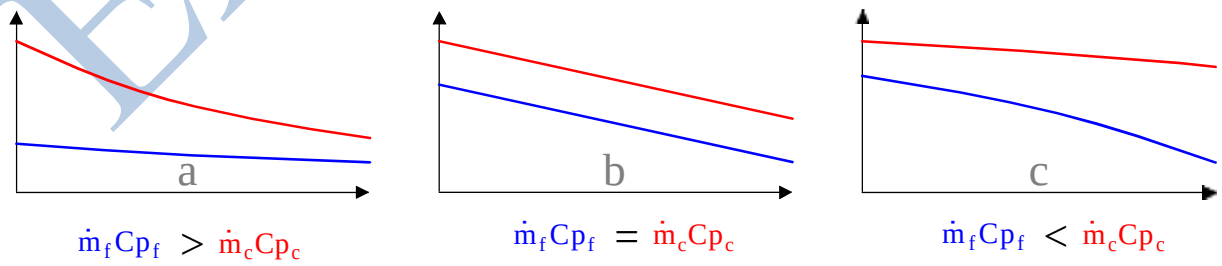
$$\Phi=(T_{ce}-T_{fe})\frac{1-e^{-US\left(\frac{1}{\dot{m}_c Cp_c}-\frac{1}{\dot{m}_f Cp_f}\right)}}{\frac{1}{\dot{m}_c Cp_c}-\frac{1}{\dot{m}_f Cp_f}e^{-US\left(\frac{1}{\dot{m}_c Cp_c}-\frac{1}{\dot{m}_f Cp_f}\right)}} \qquad [21]$$

La combinaison de cette dernière expression avec celles de 20b et 20c permettent alors de déterminer les deux températures de sortie chaude et froide :

$$\begin{cases} T_{cs}=T_{ce}-\frac{(T_{ce}-T_{fe})}{\dot{m}_c Cp_c}\frac{1-e^{-US\left(\frac{1}{\dot{m}_c Cp_c}-\frac{1}{\dot{m}_f Cp_f}\right)}}{\frac{1}{\dot{m}_c Cp_c}-\frac{1}{\dot{m}_f Cp_f}e^{-US\left(\frac{1}{\dot{m}_c Cp_c}-\frac{1}{\dot{m}_f Cp_f}\right)}} \\ T_{fs}=T_{fe}+\frac{(T_{ce}-T_{fe})}{\dot{m}_f Cp_f}\frac{1-e^{-US\left(\frac{1}{\dot{m}_c Cp_c}-\frac{1}{\dot{m}_f Cp_f}\right)}}{\frac{1}{\dot{m}_c Cp_c}-\frac{1}{\dot{m}_f Cp_f}e^{-US\left(\frac{1}{\dot{m}_c Cp_c}-\frac{1}{\dot{m}_f Cp_f}\right)}} \end{cases} \qquad [22]$$

L'échangeur contre-courant a ceci de particulier que les profils de température ne présentent pas toujours une même allure selon les valeurs relatives des produits $\dot{m}_f Cp_f$ et $\dot{m}_c Cp_c$ que l'on dénomme débits de capacité thermique et que l'on note généralement C_f et C_c.

En effet, selon les cas, on obtient 3 comportements différents qui sont représentés dans la figure 7.



$\dot{m}_f Cp_f > \dot{m}_c Cp_c$ $\dot{m}_f Cp_f = \dot{m}_c Cp_c$ $\dot{m}_f Cp_f < \dot{m}_c Cp_c$

Figure 7 : Profils de température dans un échangeur à contre-courant en fonction des valeurs prises par les débits de capacité thermique

L'expression des dérivées secondes $\frac{d^2T_c}{dS^2_{(x)}}$ et $\frac{d^2T_f}{dS^2_{(x)}}$, issues des équations 18a et 18b sont données dans le tableau 4. Leurs signes définissent alors les concavités des évolutions de $T_c(x)$ et $T_f(x)$ qui s'avèrent en fait les mêmes

EXPAIRLAB

que celui de l'écart $\dot{m}_f Cp_f - \dot{m}_c Cp_c$.

EXP'AIR LAB

Tableau 4 : incidences remarquables des valeurs relatives de C_c et C_f sur les concavités des courbes $T_c(x)$ et $T_f(x)$ ainsi que sur les valeurs de températures limite atteintes dans le cas d'un échangeur infiniment long.

	$C_f > C_c$	$C_f < C_c$
Expression de $\frac{d^2T_c}{dS^2_{(x)}}$ et $\frac{d^2T_f}{dS^2_{(x)}}$	$\frac{d^2T_c(x)}{dS^2(x)} = -(T_{ce}-T_{fs})\frac{\dot{m}_f Cp_f}{\dot{m}_f Cp_f - \dot{m}_c Cp_c}\left[1-\exp\left\{-U\left(\frac{1}{\dot{m}_c Cp_c}-\frac{1}{\dot{m}_f Cp_f}\right)S(x)\right\}\right]$ $\frac{d^2T_f(x)}{dS^2(x)} = -(T_{ce}-T_{fs})\frac{\dot{m}_c Cp_c}{\dot{m}_f Cp_f - \dot{m}_c Cp_c}\left[1-\exp\left\{-U\left(\frac{1}{\dot{m}_c Cp_c}-\frac{1}{\dot{m}_f Cp_f}\right)S(x)\right\}\right]$	
Signe, concavité	< 0,vers le bas	> 0, vers le haut
T_{∞}	$T_{\infty} = \frac{\dot{m}_f Cp_f T_{fs} - \dot{m}_c Cp_c T_{ce}}{\dot{m}_f Cp_f - \dot{m}_c Cp_c} = \frac{C_f T_{fs} - C_c T_{ce}}{C_f - C_c}$	

Comme on peut le constater dans la figure précédente, c'est le fluide qui possède la plus faible capacité thermique C, qui subit la contrainte thermique imposée par le fluide disposant la plus forte valeur de C. Par conséquent, le calcul des températures limites dans le cas d'échangeurs infiniment longs se réalise pour $S = +\infty$ dans le cas où $C_f > C_c$ (figure 7a) et pour $S = -\infty$ dans le cas où $C_f < C_c$ (figure 7c). Les expressions obtenues sont reportées dans le tableau 4.

Lorsque l'on est dans le cas précis où $C_f = C_c$, l'équation 16 montre que $\frac{T_c(x) - T_f(x)}{T_{ce} - T_{fs}} = 1$, soit encore que $T_c(x) - T_f(x) = T_{ce} - T_{fs} = Cte$. Ainsi, l'écart de température entre les deux fluides reste constant, quelle que soit la position dans l'échangeur. Les définitions de $T_c(x)$ et $T_f(x)$ des équations 18a et 18b se révèlent alors indéterminées ($\frac{0}{0}$). Le développement de $e^{-s} = 1 - s + \frac{s^2}{2} - ....$ au premier ordre et au voisinage de 0, permet toutefois de déterminer les expressions de $T_c(x)$ et $T_f(x)$ selon :

$$\frac{T_c(x) - T_{ce}}{T_{ce} - T_{fs}} = -\frac{U}{C}S(x)$$
$$\frac{T_f(x) - T_{fs}}{T_{ce} - T_{fs}} = -\frac{U}{C}S(x)$$

, et où $C_f = C_c = C$

Les profils de températures sont donc des fonctions linéaires de S(x) et même de x dans notre cas (tubes cylindriques) puisque S(x) est elle même une fonction linéaire de x (figure 7b).

Les expressions du flux de chaleur échangé qui ont été obtenues dans les équations 10 pour le cas co-courant et 17 pour le cas contre-courant s'écrivent de façon similaire $\Phi = US.\Delta TLM$, même si jusqu'ici, l'écart de température logarithmique moyen s'exprime différemment en fonction des 4 températures T_{ce}, T_{fe}, T_{cs} et T_{fs}. Il est toutefois possible de conserver une seule expression de ΔTLM en fonction des écarts de température à gauche (ΔT_a) et à droite de (ΔT_b) de l'échangeur, comme schématisé dans la figure 8. En adoptant cette convention, l'expression générale $\Phi = US.\Delta TLM = US\frac{\Delta T_a - \Delta T_b}{\ln\frac{\Delta T_a}{\Delta T_b}}$ reste alors valable dans tous les cas.

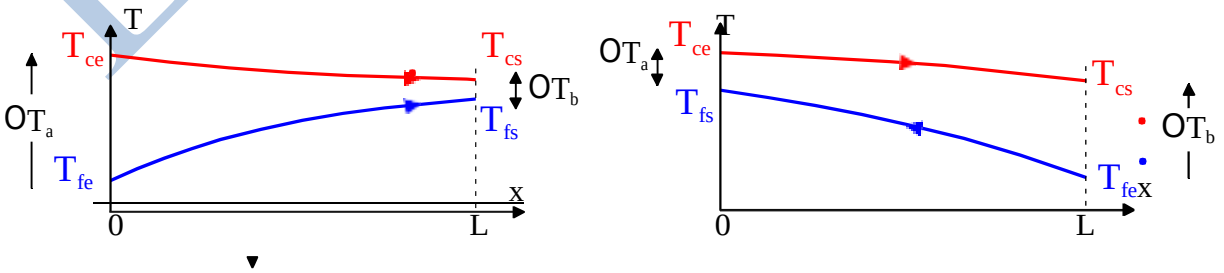


Figure 8 : Schématisation de la convention permettant une seule expression Φ=US.ΔTLM dans le cas de l'échangeur co-courant et contre courant.

Elle offre de plus, l'avantage de pouvoir traiter le cas particulier où l'un des fluides conserve une température quasi uniforme tout au long de l'échangeur. On observe notament le cas lorsque le débit de capacité thermique de l'un

EXP'AIR LAB

des fluides est très nettement supérieur à celui de l'autre ($\dot{m}_f Cp_f >> \dot{m}_c Cp_c$ ou $\dot{m}_f Cp_f << \dot{m}_c Cp_c$) ou encore lorsque le transfert de chaleur s'effectue de façon isotherme comme c'est le cas lors de la condensation ou l'évaporation d'un fluide pur.

Ainsi, lorsqu'il n'y a plus de différence entre les températures de sortie et d'entrée de l'un des fluides, la distinction co-courant ou contre-courant disparaît. Les profils que l'on obtient sont alors ceux que l'on peut voir sur la figure 9 pour le cas ou T_c= Cte (cas du condenseur) et pour le cas où T_f= Cte (cas de l'évaporateur).

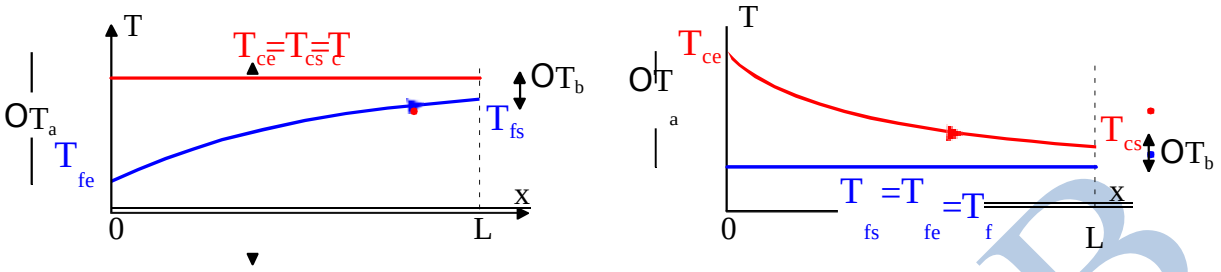


Figure 9 : Représentation des allures de températures dans le cas d'un condenseur (à gauche) et de d'un évaporateur (à droite).

L'application de l'équation 10 ou 17 au cas du condenseur par exemple conduit à $\Phi = US.\Delta TLM = US\dfrac{(T_c - T_{fe}) - (T_c - T_{fs})}{\ln \dfrac{T_c - T_{fe}}{T_c - T_{fs}}} = US\dfrac{(T_{fs} - T_{fe})}{\ln \dfrac{T_c - T_{fe}}{T_c - T_{fs}}}$. Compte tenu du fait que le flux s'exprime aussi par $\Phi = \dot{m}_f Cp_f (T_{fs} - T_{fe})$, on obtient alors $\dfrac{T_{fs} - T_c}{T_{fe} - T_c} = e^{-\frac{US}{\dot{m}_f Cp_f}}$, expression qui donne directement la température de sortie du fluide froid. On parvient à un résultat similaire dans le cas de l'évaporateur avec $\dfrac{T_{cs} - T_f}{T_{ce} - T_f} = e^{-\frac{US}{\dot{m}_c Cp_c}}$.

Nous verrons dans le cadre des Travaux Dirigés, comment il est possible d'obtenir aussi ces résultats à partir de la résolution des équations différentielles issues de l'étude du flux élémentaire échangé au travers de l'élément de surface dS.

ECHANGEURS INDUSTRIELS, METHODES DE DIMENSIONNEMENT

Il est évident que dans la réalité, les échangeurs du commerce diffèrent, dans leur conception et leur comportement, des « cas écoles » que nous avons abordé ci-dessus, au travers de l'échangeur co-courant et contre-courant. Il suffit d'en montrer quelques-uns comme ceux de la figure 10 pour comprendre à quel point ils peuvent être complexes et distincts les uns des autres.

Figure 10 : Différents type d'échangeurs du commerce, tubes/calandre, courants croisés, à plaques,…

Méthode du ΔTLM.

Dans le cas de ces échangeurs plus élaborés, la quantité ΔTLM que nous avons vu jusqu'ici ne représente plus exactement l'écart de température logarithmique moyen mais on le calcule toujours d'après l'expression $\Delta TLM = \dfrac{\Delta T_a - \Delta T_b}{\ln \dfrac{\Delta T_a}{\Delta T_b}}$ issue de l'étude des échangeurs contre-courant. L'expression du flux est alors corrigée par l'intermédiaire d'un facteur correctif F issu d'abaques et devient :

EPARLAB

$$\Phi = F.US.OTLM \qquad [23]$$

Quelques cas particuliers sont présentés dans les figures 11 et 12 et sont décrits plus particulièrement dans l'annexe 2.

De façon générale, ce facteur F est sélectionné d'après deux grandeurs caractéristiques de l'échangeur :

$$R = \frac{\dot{m}_t Cp_t}{\dot{m}_T Cp_T} = \frac{T_e - T_s}{t_s - t_e} \text{ et } P = \frac{t_s - t_e}{T_e - t_e}.$$

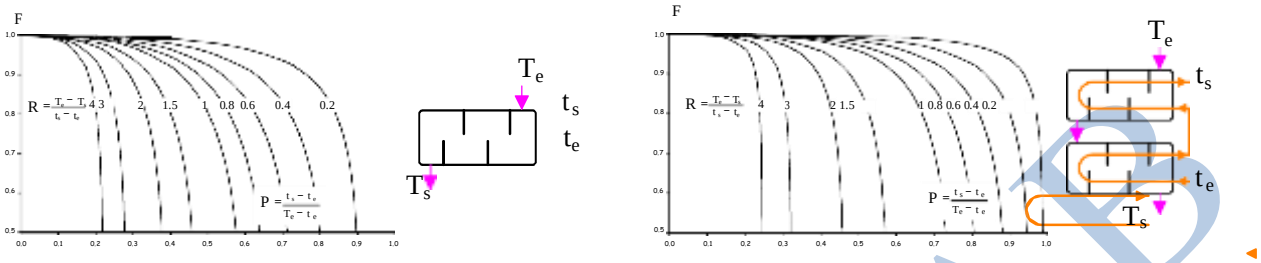


Figure 11 : facteurs de correction à prendre en compte dans le cas d'un échangeur constitué :

- D'une calandre et un multiple de 2 passes de tubes (à gauche),
- De 2 calandres et un multiple de 2 passes de tubes (à droite).

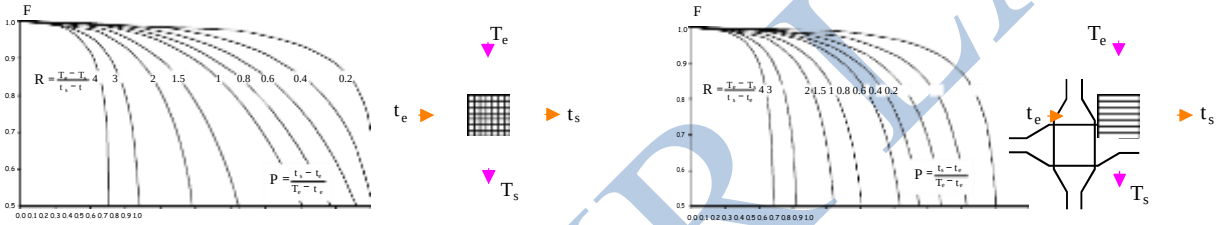


Figure 12 : facteurs de correction à prendre en compte dans le cas :

- d'un échangeur à courants croisés, aucun fluide n'étant mixé (à gauche),
- d'un échangeur à courant croisé, seul un des fluides étant mixé (à droite).

Méthode du Nombre d'Unité de Transfert (NUT).

Cette méthode, plus structurée, comme nous allons le voir, repose sur la définition du flux thermique maximum d'une part et de l'efficacité d'autre part, notions qui sont introduites ci-dessous.

Le flux thermique maximum transférable par un échangeur est atteint dans un échangeur contre-courant infiniment long. Dans une telle configuration, l'un des fluides subit le changement de température le plus élevé. Si on est dans le cas où $C_c < C_f$ cet écart de température est atteint par le fluide chaud qui voit sa température évoluer de T_{ce} vers T_{fe}. Le flux maximal est alors donné par $\Phi_{max} = \dot{m}_c Cp_c (T_{ce} - T_{fe}) = C_c (T_{ce} - T_{fe})$. Si, au contraire on se trouve dans le cas où $C_f < C_c$, c'est dans ce cas le fluide froid qui subit le plus grand écart de température de T_{fe} vers T_{ce}, conduisant au flux de chaleur maximal $\Phi_{max} = \dot{m}_f Cp_f (T_{ce} - T_{fe}) = C_f (T_{ce} - T_{fe})$. Ainsi, de façon générique, le flux maximal s'exprime dans tous les cas par :

$$\Phi_{max} = \dot{m}_{min} Cp_{min} (T_{ce} - T_{fe}) = C_{min} (T_{ce} - T_{fe}) \qquad [24]$$

La notion d'efficacité découle de cette dernière valeur puisqu'elle caractérise le rapport entre le flux effectivement transmis, au flux maximum transférable et s'écrit:

$$E = \frac{\Phi}{\Phi_{max}} = \frac{\dot{m}_c Cp_c (T_{ce} - T_{cs})}{\dot{m}_{min} Cp_{min} (T_{ce} - T_{fe})} = \frac{\dot{m}_f Cp_f (T_{fs} - T_{fe})}{\dot{m}_{min} Cp_{min} (T_{ce} - T_{fe})} \qquad [25]$$

Selon les cas ($C_f < C_e$ ou $C_f > C_e$), cette efficacité prendra différentes formes :

	$\dot{m}_{min} Cp_{min} = C_{min} = \dot{m}_c Cp_c = C_c$	$\dot{m}_{min} Cp_{min} = C_{min} = \dot{m}_f Cp_f = C_f$
E	$E = \frac{(T_{ce} - T_{cs})}{(T_{ce} - T_{fe})}$	$E = \frac{(T_{fs} - T_{fe})}{(T_{ce} - T_{fe})}$

EXPAIRLAB

Cette notion d'efficacité est particulièrement intéressante puisqu'elle permet d'accéder directement à la puissance échangée selon $\Phi = E.\dot{m}_{min}Cp_{min}(T_{ce} - T_{fe})$ $E.C_{min}(T_{ce} \; T_{fe})$ tout en ne faisant intervenir que les températures d'entrée des fluides.

Cas de l'échangeur co-courant

Nous avions vu précédemment que $\ln\frac{T_{cs}-T_{fs}}{T_{ce}-T_{fe}} = -US\left(\frac{1}{\dot{m}_c Cp_c} + \frac{1}{\dot{m}_f Cp_f}\right) = -\frac{US}{C_c}\left(1+\frac{C_c}{C_f}\right)$, que l'on peut encore écrire :

$$\frac{T_{cs} - T_{fs}}{T_{ce} - T_{fe}} = e^{-\frac{US}{C_c}\left(1+\frac{C_c}{C_f}\right)} \qquad [26]$$

Si on se place dans le cas où $C_{min}=C_c$, l'efficacité s'écrit $E = \frac{(T_{ce} - T_{cs})}{(T_{ce} - T_{fe})}$. Le principe de conservation de l'énergie nous donne quant à lui $\Phi = C_c(T_{ce} - T_{cs}) \quad C_f(T_{fs} \quad T_{fe})$, d'où on tire $T_{fs} = T_{fe} + \frac{C_c}{C_f}(T_{ce} \quad T_{cs})$.

Ainsi, le membre de gauche de l'équation 26 s'écrit encore $\frac{T_{cs} - T_{fe} - \frac{C_c}{C_f}(T_{ce} - T_{cs})}{T_{ce} - T_{fe}} = \frac{T_{cs} - T_{ce} + T_{ce} - T_{fe} - \frac{C_c}{C_f}(T_{ce} - T_{cs})}{T_{ce} - T_{fe}} = 1 - \frac{T_{ce} - T_{cs}}{T_{ce} - T_{fe}}\left(1+\frac{C_c}{C_f}\right) = 1 - E\left(1+\frac{C_c}{C_f}\right)$

L'équation 26 devient alors $1 - E\left(1+\frac{C_c}{C_f}\right) = e^{-\frac{US}{C_c}\left(1+\frac{C_c}{C_f}\right)}$,

d'où on tire la valeur de l'efficacité : $E = \frac{1 - e^{-\frac{US}{C_c}\left(1+\frac{C_c}{C_f}\right)}}{1 + \frac{C_c}{C_f}}$

Il est aisé de constater que dans le cas inverse où $C_{min}=C_f$, la valeur de l'efficacité est donnée par $E = \frac{1-e^{-\frac{US}{C_f}\left(1+\frac{C_f}{C_c}\right)}}{1 + \frac{C_f}{C_c}}$. De façon générique les deux expressions peuvent être regroupées en une seule (cf. éq. 27).

$$E = \frac{1 - e^{-\frac{US}{C_{min}}\left(1+\frac{C_{min}}{C_{max}}\right)}}{1 + \frac{C_{min}}{C_{max}}} \qquad [27]$$

Cas de l'échangeur contre-courant

Comme précédemment, nous allons partir d'un résultat déjà acquis qui est donné par :

$$\ln\frac{T_{cs} - T_{fe}}{T_{ce} - T_{fs}} = -US\left(\frac{1}{C_c} - \frac{1}{C_f}\right)$$

Sachant que le bilan énergétique de l'échangeur nous donne $C_c(T_{ce} - T_{cs}) \quad C_f(T_{fs} \quad T_{fe})$, on en déduit que $T_{cs} - T_{fe} = (T_{ce} - T_{fs}) + (T_{fs} - T_{fe})\left(1 - \frac{C_c}{C_f}\right)$. La combinaison avec l'équation précédente conduit alors à :

$$\frac{T_{cs} - T_{fe}}{T_{fs} - T_{fe}} \quad \frac{C_c}{C}(T_{ce} - T_{cs}) \quad -US\left(\frac{1}{C} - \frac{1}{C}\right)$$

EXPAIR LAB

$$\frac{T_{ce} - T_{fs}}{T_{ce} - T_{fs}} = 1 + \frac{T_{ce} - T_{fs}}{T_{ce} - T_{fs}}\left(1 - \frac{C_f}{C_c}\right) = 1 + \frac{f}{T_{ce} - T_{fs}}\left(1 - \frac{C_f}{C_c}\right) = e^{\left(\frac{f}{c}\right)}$$, ou encore

$$\frac{T_{ce} - T_{fs}}{T_{ce} - T_{cs}} = \frac{\frac{C_c}{C_f} - 1}{e^{-US\left(\frac{C_c}{C_c}\right)\left(1 - \frac{C_f}{C_c}\right)} - 1}$$

EXP'AIR LAB

Or, $\frac{T_{ce}-T_{fs}}{T_{ce}-T_{cs}}=\frac{T_{ce}-T_{fe}+T_{fe}-T_{fs}}{T_{ce}-T_{cs}}=\frac{T_{ce}-T_{fe}}{T_{ce}-T_{cs}}-\frac{T_{fs}-T_{fe}}{T_{ce}-T_{cs}}=\frac{1}{E}-\frac{C_c}{C_f}$ lorsque $C_{min}=C_c$

On obtient enfin :

$$\frac{1}{E}-\frac{C_c}{C_f}=\frac{\frac{C_c}{C_f}-1}{e^{-\frac{US}{C_c}\left(1-\frac{C_c}{C_f}\right)}-1} \quad \text{qui nous donne alors :} \quad E=\frac{e^{-\frac{US}{C_c}\left(1-\frac{C_c}{C_f}\right)}-1}{\frac{C_c}{C_f}e^{-\frac{US}{C_c}\left(1-\frac{C_c}{C_f}\right)}-1}$$

De la même manière, on obtiendrait un résultat similaire lorsque $C_{min}=C_f$. On peut donc retenir l'expression générique valable dans tous les cas :

$$E=\frac{e^{-\frac{US}{C_{min}}\left(1-\frac{C_{min}}{C_{max}}\right)}-1}{\frac{C_{min}}{C_{max}}e^{-\frac{US}{C_{min}}\left(1-\frac{C_{min}}{C_{max}}\right)}-1} \qquad [28]$$

Généralement, la quantité adimensionnelle $\frac{US}{C_{min}}$, appelé Nombre d'Unités de Transfert est noté NUT et la quantité $\frac{C_{min}}{C_{max}}$, rapport des débits de capacité thermique, est noté C_r.

Ainsi, le calcul des efficacités dans le cas du co et du contre courant se réduit aux expressions du tableau 5.

Tableau 5 : Expressions de l'efficacité dans le cas des échangeurs à courants parallèles et co-courants.

Co-courant	Contre courant
$E=\frac{1-e^{-NUT(1+C_r)}}{1+C_r}$	$E=\frac{e^{-NUT(1-C_r)}-1}{C_r e^{-NUT(1-C_r)}-1}$

La figure 13 présente la variation de l'efficacité E en fonction du nombre d'unités de transfert NUT pour différentes valeurs de C_r, rapport des débits de capacité thermique et pour différentes configurations d'échangeurs. En plus des deux cas précédemment étudiés, la figure 13c présente l'évolution de l'efficacité pour un échangeur à une calandre et un multiple de 2 passes de tubes. Dans ce cas, l'expression de E est donnée par :

$$E=\frac{2}{1+C_r+\sqrt{1+C_r^2}\,\frac{1+e^{-NUT\sqrt{1+C_r^2}}}{1-e^{-NUT\sqrt{1+C_r^2}}}} \qquad [29]$$

On trouvera en annexe 3, d'autres expressions de E dans le cas d'autres configurations d'échangeurs. La figure 14 compare certaines de ces configurations entre elles pour une valeur donnée de C_r. On y constate des écarts non négligeables dans les comportements de chacun d'entre eux. Pour une valeur de NUT de 4 par exemple, l'efficacité varie de 0.55 dans le cas du courant parallèle à presque 0.9 dans le cas de l'échangeur contre-courant, meilleur de tous.

EXPAIR LAB

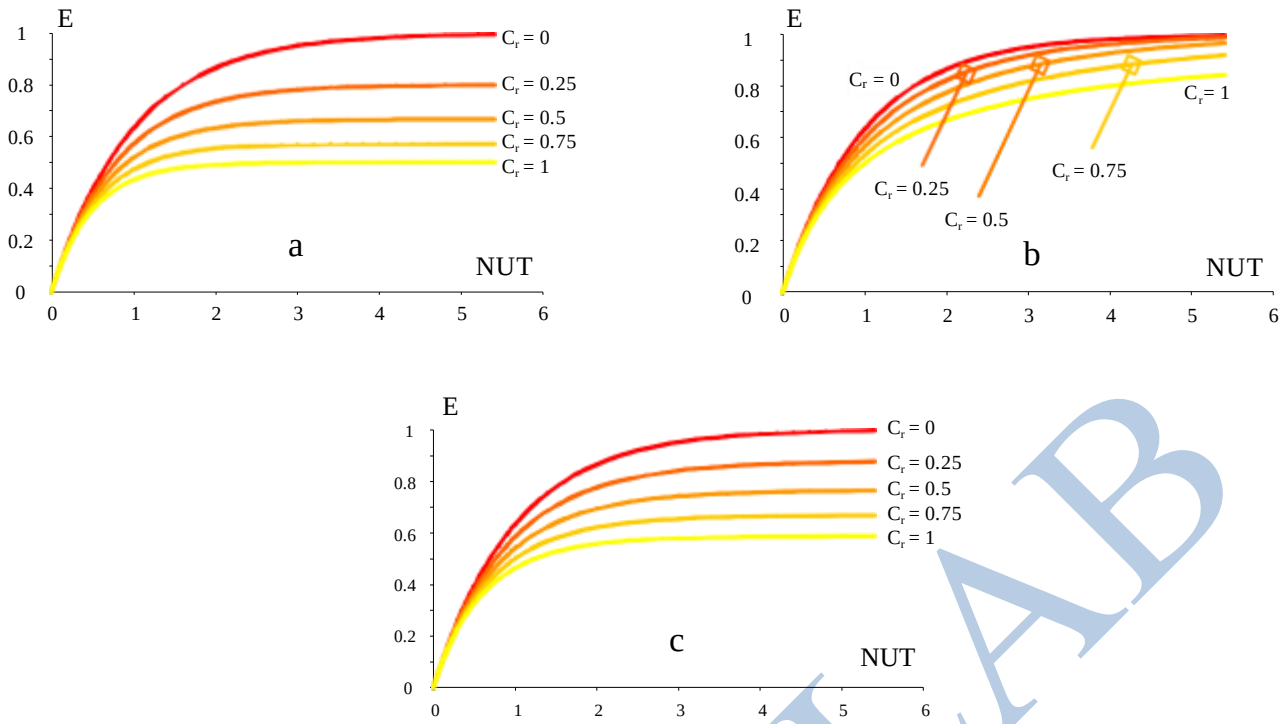


Figure 13 : Evolution de l'efficacité en fonction du NUT et pour différentes valeurs de Cr dans le cas :

a) d'un échangeur co-courant
b) d'un échangeur contre courant
c) d'un échangeur à une calandre et a un multiple de 2 passes de tubes.

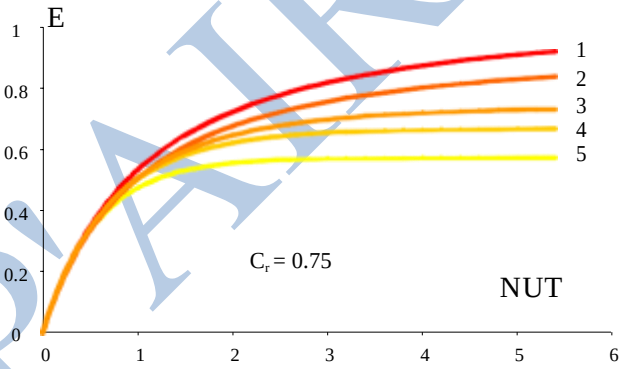


Figure 14 : Evolution de l'efficacité avec le NUT (avec C_r=0.75), pour différentes configurations d'échangeurs :

1. Contre-courant,
2. Courant croisé, fluides non brassés,
3. Courant croisé, fluide à C_{min} brassé,
4. Une calandre et multiple de 2 passes de tubes
5. Co-courant.

EXPLAIR LAB

CONCLUSIONS

Nous l'avons vu au travers du présent document, l'étude, la sélection, le dimensionnement des échangeurs passe par la maîtrise d'outils tels que :

- La méthode OTLM,
- La méthode NUT.

Equivalentes, ces deux méthodes permettent d'aboutir au même résultat. Cependant, la seconde connaît une plus grande utilisation dans la pratique car elle est plus proche des contraintes du concepteur. En effet, la méconnaissance quasi systématique des températures de sortie dans un avant-projet, élimine rapidement la méthode OTLM au profit de celle de l'efficacité/NUT qui n'implique explicitement que les températures d'entrée.

Au niveau de l'aide au dimensionnement, force est de constater que les documents délivrés par les constructeurs sont de mieux en mieux faits et donnent bien souvent toutes les informations nécessaires au concepteur pour faire ses choix. Toutefois, les caractéristiques et les performances sont souvent données dans un cas bien précis (température, débit, nature du fluide,…) nécessairement différent de celui étudié. C'est seulement la maîtrise des notions vues ici qui permettent de traduire les informations délivrées par le constructeur et d'adapter le matériel au cas envisagé. Dans leurs soucis de répondre plus rapidement et plus efficacement aux clients, on voit cependant certains industriels proposer de véritables outils de sélection des échangeurs tenant compte des différentes contraintes du cahier des charges et qui facilitent le travail du concepteur. On pourra citer par exemple les sociétés telles que :

- Baltimore Aircoil (tours de refroidissement, condenseurs évaporatifs,…) [6]
- Friga-bohn (évaporateurs, condenseurs, aéroréfrigérants) [7]
- Alfalaval (échangeurs à plaques, évaporateurs, condenseurs,…) [8]
- Guentner (évaporateurs, condenseurs, aéroréfrigérants) [9]

On pourrait croire que la connaissance des phénomènes de transfert de chaleur dans les échangeurs est aujourd'hui acquise et tous les problèmes résolus. Or il n'en est rien et les nombreux travaux en matière de R&D en apportent constamment la preuve. Sans chercher à être exhaustif, on peut parler par exemple :

- De la problématique liée à l'emploi de fluides frigorigènes non-azéotropiques. Ces fluides issus de mélanges ne se comportent pas comme des fluides purs et voient leurs températures de changement de phase évoluer à pression constante[10, 11],
- De la problématique liée à l'emploi du CO_2 comme fluide frigorigène qui impose un transfert de chaleur à haute pression dans la zone supercritique du fluide [12],
- De l'intensification des échanges de chaleurs par l'emploi de surfaces spécifiques, [13] (systèmes à inserts, à rugosité spécifique, à promoteurs de turbulences,…),
- De l'emploi toujours plus répandu des échangeurs à plaques dans l'industrie [14],
- De la problématique liée à l'emploi de fluides caloporteurs diphasiques solides/liquides (eau/glace, eau/éthanol/glace,…) [15, 16, 17] ou liquide/liquide [18] pour transporter le froid et/ou la chaleur plus efficacement.
- …

EXPAIR LAB

ANNEXE 1

Corrélations communément utilisées pour déterminer les coefficients d'échange par convection [1, 4]

Rappels

Nombre de Reynolds

$Re_D = \frac{VD}{\nu} = \frac{\rho VD}{\mu}$, cas du cylindre

$Re_L = \frac{VL}{\nu} = \frac{\rho VL}{\mu}$, cas de la plaque

V	vitesse	[m.s^{-1}]
D, L	diamètre, longueur caractéristique	[m]
ρ	masse volumique	[kg.m^{-3}]
ν	viscosité cinématique	[m^2.s^{-1}]
μ	viscosité dynamique	[kg.s^{-1}.m^{-1}]

RQ : $\mu = \nu\rho$

Nombre de Nusselt

$Nu_D = \frac{hD}{k}$, cas du cylindre

$Nu_L = \frac{hL}{k}$, cas de la plaque

D, L	diamètre, longueur caractéristique	[m]
h	coefficient d'échange convectif	[W.m^{-2}.K^{-1}]
k	conductivité thermique	[W.m^{-1}.K^{-1}]

Nombre de Prandtl

$Pr = \frac{C_p\mu}{k} = \frac{\rho C_p\nu}{k} = \frac{\nu}{a}$

C_p	capacité calorifique	[J.kg^{-1}.K^{-1}]
k	conductivité thermique	[W.m^{-1}.K^{-1}]
μ	viscosité dynamique	[kg.s^{-1}.m^{-1}]
ρ	masse volumique	[kg.m^{-3}]
ν	viscosité cinématique	[m^2.s^{-1}]
a	diffusivité thermique	[m^2.s^{-1}]

Plaque plane, flux laminaire externe $0.6 < Pr < 50$

$Nu_x = 0.664\, Re_x^{1/2}\, Pr^{1/3}$

Cylindre, flux externe, conditions moyennes $Pr > 0.7$, $0.4 < Re_D < 4.10^5$

$Nu_D = C Re_D^m\, Pr^{1/3}$

Re_D	C	m
0.4 - 4	0.989	0.330
4 - 40	0.911	0.385
40 - 4000	0.683	0.466
4000 - 40000	0.193	0.618
40000 - 400000	0.027	0.805

Cylindre, flux laminaire interne $Pr > 0.6$

$Nu_D = 4.36$ flux de chaleur uniforme

$Nu_D = 3.66$ température de surface uniforme

Cylindre, flux turbulent interne $0.6 < Pr < 160$, $Re_D > 10000$

EXPAIR LAB

$Nu_D = 0.023\ Re_D^{4/5}\ Pr^n$

n = 0.4 lorsque la température de surface est > à la température du fluide (chauffage)

n = 0.3 lorsque la température de surface est < à la température du fluide (refroidissement)

RQ : les deux mêmes précédentes corrélations concernant les flux internes dans des cylindres s'utilisent aussi dans le cas d'autres géométries en faisant intervenir la notion de diamètre hydraulique D_h définit par :

$$D_h = \frac{4A_c}{P}$$

D_h	diamètre hydraulique	[m]
A_c	section de passage	[m^2]
P	périmètre mouillé	[m]

EXP'AIR LAB

ANNEXE 2

Corrélations utilisées pour déterminer le facteur correctif F dans la méthode DTLM :

$\delta = F.US.\Delta TLM$ [19, 20, 21]

Rappels

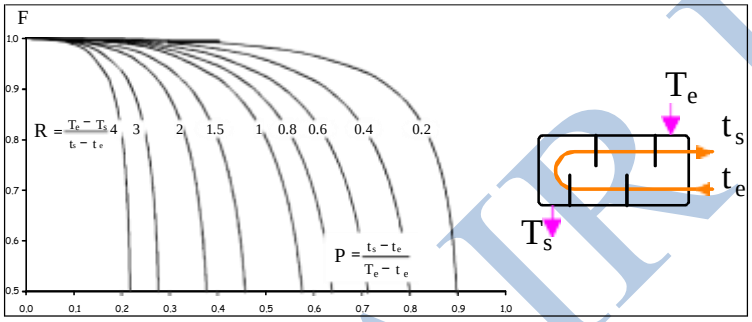
Ces corrélations utilisent les nombres adimensionnels suivants :

$$R = \frac{T_e - T_s}{t_s - t_e}$$

$$P = \frac{t_s - t_e}{T_e - t_e}$$

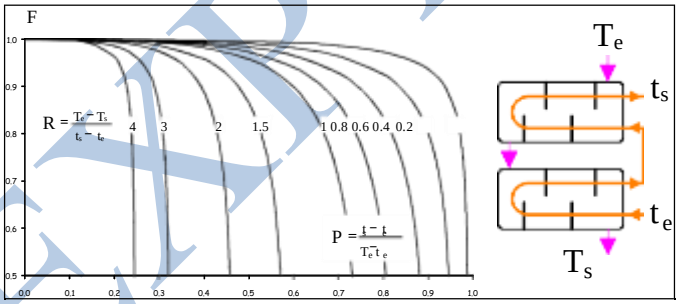
où T fait référence au fluide chaud et t au fluide froid, e et s représentant respectivement l'entrée et la sortie de l'échangeur.

Une passe de calandre - multiple de 2 passes de tubes



$$F = \frac{\frac{\sqrt{R^2+1}}{R-1}\log_{10}\frac{1-P}{1-RP}}{\log_{10}\frac{\frac{2}{P}-1-R+\sqrt{R^2+1}}{\frac{2}{P}-1-R-\sqrt{R^2+1}}}$$

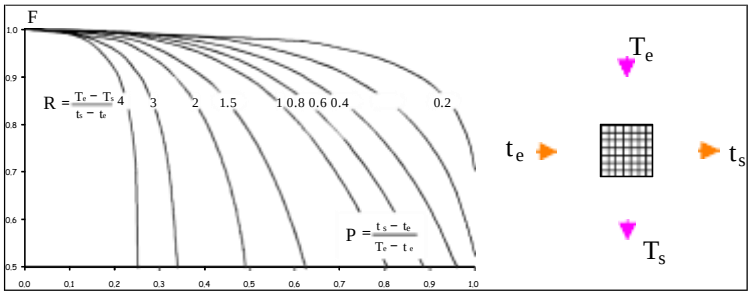
Deux passes de calandre - multiple de 2 passes de tubes



$$F = \frac{\frac{\sqrt{R^2+1}}{2(R-1)}\log_{10}\frac{1-P}{1-RP}}{\log_{10}\frac{\frac{2}{P}-1-R+\sqrt{(1-P)(1-PR)+R^2+1}}{\frac{2}{P}-1-R+\sqrt{(1-P)(1-PR)-R^2+1}}}$$

EXPAIRLAB

Courants croisés - aucun fluide n'est mixé



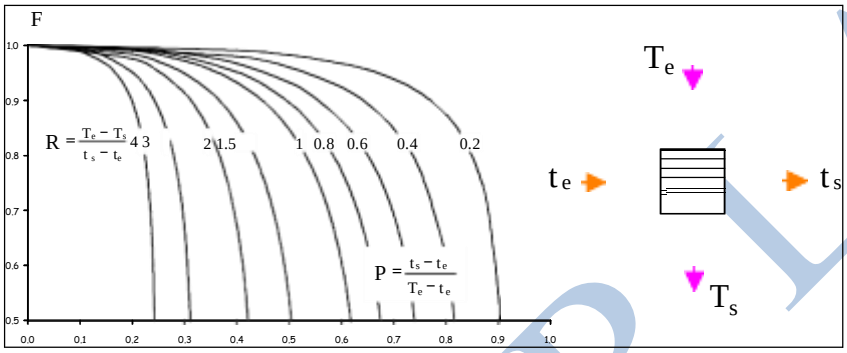
$$r = \sum_{u=0}^{u=\infty}\sum_{v=0}^{v=\infty}(-1)^{u+v}\frac{(u+v)!}{u!(u+1)v!(v+1)!}\left\{\frac{p}{r}\right\}^{u}\left\{\frac{q}{r}\right\}^{v}$$

avec :

$q=P,\ p=q.R,\ F=\frac{r}{r_0}$

$$r_0=\frac{p-q}{\log_e\frac{1-q}{1-p}}$$

Courants croisés - un seul fluide est mixé



$$r=\frac{q}{\log_e\frac{1}{1-\frac{q}{p}\log_e\frac{1}{1-p}}}$$

avec :

$q=P,\ p=q.R,\ F=\frac{r}{r_0}$

$$r_0=\frac{p-q}{\log_e\frac{1-q}{1-p}}$$

EXP'AIR LAB

ANNEXE 3

Corrélations utilisées pour déterminer l'efficacité de l'échangeur par la méthode NUT [1, 4]

Co-courant

$$E = \frac{1 - e^{-NUT(1+C_r)}}{1 + C_r}$$

Contre-courant

$$E = \frac{e^{-NUT(1-C_r)} - 1}{C_r e^{-NUT(1-C_r)} - 1}$$

Une passe de calandre - multiple de 2 passes de tubes

$$E = \frac{2}{1 + C_r + \sqrt{1+C_r^2} * \frac{1 + e^{-NUT\sqrt{1+C_r^2}}}{1 - e^{-NUT\sqrt{1+C_r^2}}}}$$

Courants croisés - aucun fluide n'est mixé

$$E = 1 - e^{\frac{1}{C_r} NUT^{0.22}\left(e^{-C_r NUT^{0.78}} - 1\right)}$$

Courants croisés - seul le fluide à C_{min} est mixé

$$E = 1 - e^{-\frac{1}{C_r}\left(1 - e^{-C_r NUT}\right)}$$

Courants croisés - seul le fluide à C_{max} est mixé

$$E = \frac{1}{C_r}\left(1 - e^{-C_r\left(1 - e^{-NUT}\right)}\right)$$

EXPAIR LAB

EXEMPLES D'APPLICATION.

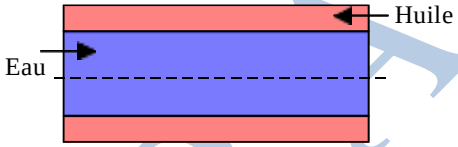
1. Un flux de fumée issue de la combustion circule dans un faisceau de tubes à parois fines afin de faire bouillir l'eau circulant autour des tubes. Lors du démarrage de l'installation, le coefficient d'échange global était de 400 W/m^2.K. Après deux ans d'utilisation, les tubes se sont encrassés avec des facteurs d'encrassement que l'on estime à 0.0015 m^2.K/W pour le coté eau et à 0.0005 m^2.K/W du coté fumées. Pensez-vous que l'échangeur devrait être nettoyé ?

2. Un fabricant de tubes à ailettes propose différents types de tubes dans son catalogue (carrées, rondes, rectangulaire) pour assurer le chauffage des locaux [22]. D'après les documents constructeurs ci-contre, donnez l'ordre de grandeur du coefficient d'échange global que possède ce type d'échangeurs dans ce type d'utilisation. Quelle longueur de C80-8 mettriez vous en œuvre pour assurer le chauffage d'un local à hauteur de 7.7 kW.

Puissances nominales
(par mètre)
Pour T_m (temp. moy. du fluide) = 80 °C
Et T_a (temp. ambiante locale) = 20 °C

Réf TA	Montage apparent	
	W	Kcal/h
C40 -3,5	220	190
C50 -5	240	210
C60 -6	290	250
C70 -7	410	350
C80 -5		
C80 -6	460	400
C80 -7	455	390
C80 -8	385	330
C95 -5		
C95 -6	640	550
C110-6		
C110-8	690	590
C120-6		
C118-8	790	680
C150-8		
C150-10	1070	920
C180-12	1120	960

3. Un tube concentrique destiné à refroidir de l'huile de lubrification est constitué d'un tube peu épais et de 25 mm de diamètre dans lequel circule de l'eau et d'un tube de diamètre plus important (50 mm) et véhiculant l'huile (dans l'espace annulaire correspondant). Le coefficient d'échange global est de 60 W/m^{2}K. Les conditions de circulation et les propriétés des fluides sont données dans le tableau suivant.



	Eau	Huile
Débit (kg/s)	0.1	0.1
Te (°C)	30	100
Ts (°C)	?	60
Cp (J/kg.K)	4180	1900

   a) Déterminez la puissance échangée et la température de sortie d'eau,
   b) Déterminez la longueur de l'échangeur.

4. Un échangeur à tube concentrique (contre-courant) fonctionne déjà depuis longtemps. La surface d'échange mise en jeu est de 5 m^2 et la valeur de dimensionnement du coefficient d'échange global était de 40 W/m^2.K. Durant une phase de test, l'échangeur est alimenté par un débit d'huile de 0.1 kg/s (C_p = 1900 J/kg.K) qui se refroidit de 110 à 66 °C. La température d'entrée de l'eau est de 25°C et circule avec un débit de 0.2 kg/s. Déterminez si l'échangeur s'est encrassé et de combien (donnez la valeur de la résistance d'encrassement).

5. De la vapeur d'eau à saturation et à 110 °C est condensée dans un échangeur à une calandre et 2.n passes de tubes. Le produit US de cet échangeur est de 2.5 kW/K et l'eau de refroidissement entre à 40 °C. Quel doit être le débit d'eau à mettre en œuvre afin de maintenir une puissance de 150 kW ?

6. De la vapeur d'eau saturée sort d'une turbine avec un débit de 1.5 kg/s et une pression de 0.51 bars (~ 80 °C, Chaleur de vaporisation : 2300 kJ/kg). Cette vapeur doit absolument être condensée dans un échangeur tubes/calandre qui utilise l'eau de ville comme liquide de refroidissement. Cette eau rentre à 15 °C et ressort à 57 °C. En supposant que le coefficient d'échange atteint 2000 W/m^2.K,

   a) Déterminez la surface d'échange requise et le débit masse d'eau de ville.
   b) Après quelques années de fonctionnement, l'encrassement de l'échangeur s'est traduit par une réduction du coefficient d'échange global à 1000 W/m^2.K. qui impose alors la réduction

EXPAIR

du débit de vapeur à condenser. Conservant le même débit d'eau de ville et la même température d'entrée, quel est le débit de vapeur que l'on peut alors condenser ?

7. Un échangeur à dimensionner doit satisfaire aux conditions données par le cahier des charges suivant :

	Fluide chaud	Fluide froid
Débit (kg/s)	28	27
Température d'entrée (°C)	90	34
Température de sortie (°C)	?	60

Sachant que chacun des fluides mis en jeu est de l'eau :

a) Déterminez les caractéristiques de cet échangeur (on recherchera pour ce faire le produit US, puis par un choix approprié de U on déterminera la surface nécessaire à cet échangeur).
b) Discutez des différents choix possibles qui s'offrent à votre client.

8. Considérons un échangeur de chaleur à tube concentrique. Sa surface d'échange est de 50 m^2 et il est soumis aux conditions figurant dans le tableau suivant :

	Fluide chaud	Fluide froid
Produit $\dot{m}C_p$ (W/K)	6000	3000
Température d'entrée (°C)	60	30
Température de sortie (°C)	?	54

a) Déterminez la température de sortie du fluide chaud,
b) L'échangeur est-il en fonctionnement à contre courant ou à courant parallèle ?
c) Calculez le coefficient d'échange global,
d) Calculez l'efficacité de l'échangeur,
e) Quelle serait la valeur de cette efficacité si l'échangeur était infiniment long ?

9. Un débit de 5000 kg/h d'eau à 20 °C doit être chauffé par de l'eau à 80 °C circulant avec un débit de 10000 kg/h. Votre sélection vous conduit à choisir un échangeur à une calandre et deux passes de tubes dont le produit US est de 11600 W/K. Déterminez la température de sortie de l'eau chaude.

10. Un échangeur à courant croisé utilise des fumées (mélangées) pour générer de l'eau chaude (non-mixée) de 30 à 80 °C circulant à un débit de 3 kg/s. Les fumées qui ont des propriétés thermo-physiques proches de l'air, entrent et sortent de l'échangeur à respectivement 225 et 100 °C. Si le coefficient d'échange global est de 200 $W/m^2.K$, estimez la surface d'échange nécessaire.

11. Un radiateur automobile peut être considéré comme un échangeur à courant croisé dont aucun fluide n'est mixé. L'eau, à un débit de 0.05 kg/s, entre dans le radiateur à 127 °C pour en ressortir à 57 °C. L'eau est refroidie par de l'air (C_p=1000 J/kg.K) qui entre à 27 °C avec un débit de 0.75 kg/s.

a) Si le coefficient d'échange global est de 200 $W/m^2.K$, quelle est la surface à mettre en œuvre.
b) Un ingénieur de la société déclare qu'en rajoutant des ailettes, on peut considérablement augmenter le coefficient d'échange global. Tout en conservant les mêmes données que précédemment et en faisant varier U de 200 à 400 $W/m^2.K$, quantifiez le gain apporté.

12. Un échangeur air/fumées de combustion (aucun fluide n'étant brassé) où l'air circule autour des tubes de la batterie, elle-même traversée par les fumées, est doté d'une surface d'échange de 25 m^2. D'après le constructeur, le coefficient d'échange avoisine 35 $W/m^2.K$. L'air et les fumées sont supposés posséder une capacité calorifique (C_p) de 1040 J/kg.K. Les produits de combustion circulent avec un débit de 1 kg/s et entrent dans l'échangeur à 800 K alors que l'air entre à 300 K avec un débit de 5 kg/s.

a) Quelles sont les températures de sortie ?
b) Après une certaine durée de fonctionnement, les dépôts successifs de suie conduisent à une résistance d'encrassement d'environ 0.004 $m^2.K/W$. Doit-on effectuer une opération de maintenance visant à nettoyer la surface d'échange ?
c) Les performances de l'échangeur pourraient être améliorées par augmentation de la surface d'échange. Explorez cette solution en faisant varier US de 500 à 2500 W/K.

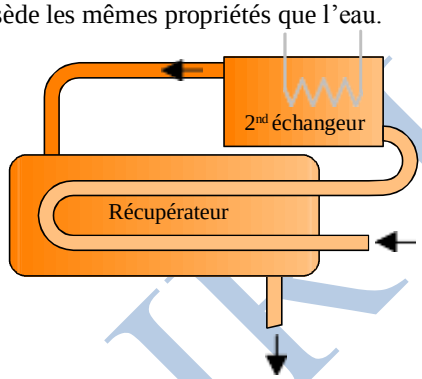
EXPLAIR LAB

13. Chaque jour, du lait avec un débit de 250 l/h et à la température corporelle de la vache (38,6 °C) doit être refroidit à une température de 13 °C. De l'eau à 10 °C est disponible et avec un débit de 0.72 m^3/h. La masse volumique et la capacité calorifique du lait sont respectivement de 1013 kg/m^3 et de 3860 J/kg.K.

    a) Déterminez la valeur du produit US d'un échangeur à contre-courant nécessaire pour atteindre cet objectif, Quelle doit être la longueur du tube si le tube intérieur possède un diamètre de 50 mm et si le coefficient d'échange global a une valeur de 1000 $W/m^2.K$.
    b) Déterminez la température de sortie de l'eau.
    c) Que devient la valeur de la température de sortie du lait si le débit de lait est doublé ?, réduit de moitié ?

14. Un échangeur à une calandre et deux passes de tubes est utilisé comme récupérateur de chaleur de façon à préchauffer du lait devant être pasteurisé. Le lait froid entre dans ce récupérateur à 5°C alors que le lait chaud issu du processus de pasteurisation entre à 70°C. Après son passage au travers du récupérateur, le lait est ensuite amené à 70°C par un second échangeur de chaleur.

    a) Le débit de lait mis en jeu est de 5 kg/s. Le fabriquant du régénérateur annonce un coefficient global d'échange de 2000 $W/m^2.K$. Si on souhaite une efficacité de 0.5, quelle doit être la surface d'échange ? Quelle est la part d'énergie économisée par ce procédé ? On supposera que le lait possède les mêmes propriétés que l'eau.



    b) Si on suppose que le second échangeur délivre son énergie en provenance de la combustion de gaz par une chaudière dont le rendement est de 90 % quelle serait l'économie énergétique et financière réalisée. On supposera que l'installation fonctionne toute l'année et que le coût du gaz naturel est de 21.3 €/MWh (source [23]).

15. Le conditionneur d'air d'une automobile échange de la chaleur entre l'eau issue du radiateur et l'air extérieur. Le flux d'eau est bien plus important que celui de l'air si bien que l'efficacité de l'échangeur est principalement conditionné par le débit d'air selon la relation : $E = \dot{m}_{air}^{-0.2}$.

    a) Le ventilateur est positionné sur sa vitesse la plus importante, ce qui a pour effet de doubler le débit d'air. Quelle est l'augmentation de la quantité de chaleur ajoutée à l'habitacle si on suppose que les températures d'entrée demeurent inchangées ?
    b) Dans sa position la plus basse le conditionneur chauffe l'air de 0 à 30 °C. En position médiane, le débit d'air est doublé et le transfert de chaleur augmente de 20 %. Quelle est la nouvelle température de sortie de l'air ?

16. Le cahier des charges d'un client vous conduit à devoir construire une machine frigorifique. Vous vous êtes fixé des niveaux de température d'évaporation et de condensation pour définir votre cycle frigorifique. Ces valeurs sont respectivement de -10 et 35 °C. Dans ces conditions, le choix du compresseur et du fluide frigorigène vous conduisent à une puissance à évacuer au condenseur de 425 kW. Vous devez donc choisir un modèle de condenseur dans le catalogue de constructeur [24]. La proximité d'eau de ville en grande quantité, peu chère et à un niveau de température d'environ 20 °C vous conduit à utiliser ce fluide pour refroidir celui-ci. Des modèles présentés ci-dessous, choisissez celui susceptible de convenir.

EXPAIR LAB

MODEL - *MODELLO* - MODELL - *MODELE*				CL305	CL335	CL375	CL420	CL490	CL570	CL635
NOMINAL DATA *DATI NOMINALI* **NENNDATEN** *DONNEES NOMINALES*		1P - Cooling tower - *Acqua di torre* - Turmwasser - *Eau de tour*								
		Q_n	KW	305	334	374	423	492	566	635
	T_c = 40,6°C	Mn	m3/h	48	53,3	58,7	69,3	80	90,7	101
	T_{w1} = 29,4°C	Δp_n	bar	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
	$\Delta T_{sott.}$ = 3K	Mm	m3/h	57,6	64	70,4	83,1	96	108,8	121,2
		Δp_m	bar	0,29	0,29	0,29	0,29	0,29	0,29	0,29
		2P - City water - *Acqua di pozzo* - Brunnerwasser - *Eau de ville*								
		Q_n	KW	320	359	398	455	534	610	683
	T_c = 35°C	Mn	m3/h	21,6	24	26,4	31,2	36	40,8	45,6
	T_{w1} = 15°C	Δp_n	bar	0,34	0,34	0,34	0,34	0,34	0,34	0,34
	$\Delta T_{sott.}$ = 3K	Mm	m3/h	25,9	28,8	31,7	37,4	43,2	49	54,7
		Δp_m	bar	0,49	0,49	0,49	0,49	0,49	0,49	0,49

Bien évidemment celui que vous avez sélectionné ne convient pas exactement en terme de puissance/température. Déterminez alors quel sera le point de fonctionnement du groupe frigorifique, c'est à dire déterminez le couple réel température de condensation/puissance qui s'établira lors du fonctionnement normal de la machine sachant que la variation de T_c sur la puissance à évacuer suit une évolution de la forme P (kW) = 600-5.T_c (°C). On déterminera pour cela la valeur du produit F.US d'après les données constructeurs (on négligera la part du sous refroidissement dans ce calcul). On cherchera ensuite à égaler les puissances en fonction de la variation de T_c.

EXP'AIR LAB

EXP'AIR LAB